S1

2018

17ème édition

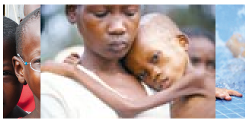
DROLES DE MATHS !

le concours de mathématiques des collégiens,

ludique et solidaire

CORRIGE 6ème - 5ème

au profit des enfants défavorisés



ACTION SOLI'DAIRE

1 à 5 réponses correctes par question BAREME		CALCULATRICE INTERDITE
Crédit :	120 pts	OUTILS DE GEOMETRIE AUTORISES
Proposition correcte cochée :	+3 pts	
Proposition erronée cochée :	-2 pts	

(C) Drôles de Maths - 19 rue de la Villette - 69003 Lyon
Email : contact@drolesdemaths.org // www.drolesdemaths.org

Question n°1

Un jeune cocotier croise un chêne centenaire : « Alors Papi, belle saison pour les glands ? »
« Pas mal p'tite noix, répond le chêne, j'en ai 100 sur chacune de mes 10 branches. »
Combien le chêne possède-t-il de glands ?

A Plus de 100	B 100 x 10	C 100 + 10
D 1 000	E 110	

Puisque chacune des 10 branches porte 100 glands, le nombre de glands total est :

100 x 10 = 1 000

Le chêne possède plus de 100 glands, très exactement 100 x 10 = 1 000.

Question n°2

2 018 se rend chez le nombrologue : « Docteur, ça me démange sévèrement au niveau des diviseurs ». Le docteur est formel : « Vous faites une dividose, il faut éliminer vos diviseurs. ».
Parmi les nombres suivants, lesquels sont des diviseurs de 2018 ?

A 1	B 2	C 3
D 5	E 1 009	

On a :

2018 = 1 x 2 018

Donc 1 est un diviseur de 2 018.

2 018 étant pair, c'est un multiple de 2.
On a :

2 018 = 2 x 1 009

Donc 2 et 1 009 sont aussi des diviseurs de 2 018.

Par ailleurs, 2 018 ne se terminant ni par 0 ni par 5, il n'est pas divisible par 5.

Enfin, la somme de ses chiffres vaut : 2 + 0 + 1 + 8 = 11.
11 n'étant pas divisible par 3, 2 018 ne l'est pas non plus.

Les diviseurs de 2 018 à éliminer sont 1, 2 et 1 009.

Question n°3

Dans une équipe d'entiers en short à dentelle, les meilleurs dribbleurs sont ceux dont la somme des chiffres vaut 11 et qui s'écrivent avec 4 chiffres.
Qui sont les meilleurs dribbleurs ?

- A 47
- B 1 234
- C 3 242
- D 5 033
- E 12 341

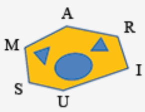
On exclut les nombres 47 et 12 341 qui ne s'écrivent pas avec 4 chiffres.

Pour 1 234, on a $1 + 2 + 3 + 4 = 10 \neq 11$ donc 1 234 n'est pas un super dribbleur.
Pour 3 242, on a $3 + 2 + 4 + 2 = 11$ donc 3 242 est un super dribbleur.
Pour 5 033, on a $5 + 0 + 3 + 3 = 11$ donc 5 033 est un super dribbleur.

Par conséquent, les meilleurs dribbleurs sont 3 242 et 5 033.

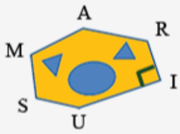
Question n°4

On lui avait bien dit, à Marius, de ne pas hurler par la fenêtre « Allez l'OM ! » en croisant le requin-marteau au fond du vieux port. Du coup, il a avalé 300 litres d'eau et a maintenant une tête polygonale, avec deux côtés perpendiculaires.



Lesquels ?

- A [MS] et [SU]
- B [RI] et [UI]
- C [AR] et [RI]
- D [MS] et [RI]
- E [MA] et [SU]



Les côtés perpendiculaires sont [RI] et [UI].

Question n°5

Le soir après le boulot, Fridda se détend en lançant quelques vieux autobus de l'autre côté du fleuve. Elle en lance 1 par minute.
Combien en lance-t-elle en 1h30min ?

A 1,30
B Plus de 60
C 60 + 30
D 90
E 130

1h équivaut à 60min, donc en 1h30min, au rythme de 1 autobus par minute, Fridda lancera plus de 60 autobus.
1h30min équivaut exactement à 60+30=90min, ce qui donne le temps à Fridda de lancer 90 autobus.

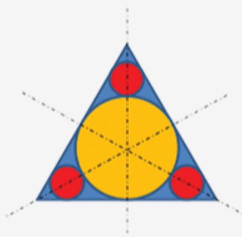
En 1h30, Fridda lancera 60+30=90 autobus, soit plus de 60.

Question n°6

100 millions d'années après que Kim Bomb et Donald Crump ont appuyé sur le bouton nucléaire, des zombies rampants à l'œil étrange (ci-contre) sortent de terre.

Combien leur œil de forme équilatérale possède-t-il d'axes de symétries ?

A Plus de 1
B Plus de 2
C 3
D 4
E 5



Leur œil possède 3 axes de symétrie.

Question n°7

Les Ouanetoufri s'écrivent avec 1 chiffre 1, 1 chiffre 2 et 1 chiffre 3 (231 par exemple). Lors d'un concert, le plus grand et le plus petit sont électrocutés par leur guitare. On ne retrouve que leur différence.

Que vaut cette différence ?

- A 198
- B 199
- C 201
- D 202
- E 205

Le plus grand des Ouanetoofri est 321, le plus petit 123.
La différence entre les deux est :

$$321 - 123 = 198$$

La différence entre le plus grand et le plus petit vaut 198.

Question n°8

Lorsque Julian va à l'école en portant son canard, il lui faut 10min à l'aller et 10min au retour. S'il y va en portant son canard mais qu'il revient porté par son canard, il lui faut 1h40min en tout.

Quel temps lui faut-il s'il fait les deux trajets porté par son canard ?

- A 90min
- B 2h
- C 180min
- D 3h
- E 3h20min

En portant le canard, l'aller et le retour prennent chacun 10min.

Un aller en portant le canard suivi d'un retour porté par le canard nécessite 1h40min dont 10min en portant le canard. Il reste donc 1h30min pour le trajet sur le canard, soit 90min.

Et finalement, pour un aller-retour porté par le canard, il faut 2x90=180min, ou encore 3h.

Si Julian effectue les deux trajets porté par son canard, il lui faudra 180min, ou encore 3h.
Coin, coin !

Question n°9

Tu es bricolo, toi ? Tiens, voici une clé de 2. Elle permet, dans un même mot, d'échanger 2 lettres voisines. Pour transformer le mot BROCOLI en BRICOLO, il faut utiliser au minimum *n* fois la clé de 2.

Que peut-on dire de *n* ?

A $n \geq 3$

B $n \geq 4$

C $n \geq 5$

D $n \geq 6$

E $n \geq 7$

A coup de clé de 2, on obtient :

B R O C O **L I**
B R O C **O** I L
B R O **C** I O L
B R **O** I C O L
B R I O C **O L**
B R I **O C** L O
B R I C O L O

6 coups de clés de 2 ont été nécessaires pour passer de BROCOLI à BRICOLO.
En considérant le nombre de déplacements nécessaires pour déplacer certaines lettres, la lettre I par exemple, on peut montrer qu'il n'y a pas de solution plus rapide.

On peut donc dire que $n \geq 3$, $n \geq 4$, $n \geq 5$ et $n \geq 6$.

Question n°10

Méfiez-vous des réseaux sociaux ! Sur son profil, un nombre chelou a masqué sa vraie identité en affichant 50, la somme de son double et de sa moitié.

Qui est en réalité ce nombre ?

A 0

B 10

C 20

D 30

E 40

Solution 1

On essaie les différentes propositions.

Nombre	Double	Moitié	Double + moitié
0	0	0	0
10	20	5	25
20	**40**	**10**	**50**
30	60	15	75
40	80	20	100

C'est donc 20 le nombre chelou, la somme de son double et de sa moitié est bien égale à 50.

Solution 2

Soit *a* le nombre recherché.
D'après l'énoncé, on a :

$$
\begin{array}{ll}
 & 2a + \frac{a}{2} = 50 \\
\text{d'où} & \frac{4a}{2} + \frac{1a}{2} = 50 \\
\text{d'où} & \frac{5a}{2} = 50 \\
\text{d'où} & 5a = 2 \times 50 \\
\text{d'où} & a = \frac{2 \times \cancel{5} \times 10}{\cancel{5}} = 20
\end{array}
$$

On vérifie qu'on a bien :

$$2 \times 20 + \frac{20}{2} = 40 + 10 = 50$$

Le nombre recherché est 20.

Question n°11

Pour financer leur projet d'élevage de taille-crayons, Alice, Pipo et Rimma ont apporté respectivement 6€, 10€ et 14€.
Comment peuvent-ils maintenant se répartir la somme totale pour que cette répartition soit proportionnelle à la série 1, 2, 3 ?

- A 1€, 2€, 3€
- B 3€, 6€, 9€
- C 5€, 10€, 15€
- D 1€, 12€, 123€
- E 14€, 10€, 6€

La somme totale réunie par Alice, Pipo et Rimma vaut :

$6 + 10 + 14 = 30€$

Solution 1

On élimine les propositions dont le montant total n'est pas égal à 30€, soit les propositions : 1€, 2€, 3€ / 3€, 6€, 9€ et 1€, 12€, 123€.

Parmi les propositions restantes, seule la série 5€, 10€, 15€ est proportionnelle à la série 1, 2, 3.

En effet, on a :

$$\frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = 5$$

Solution 2

On remarque que la somme totale, 30€, peut s'écrire 6 x 5€.

On peut alors très facilement répartir ces 6 montants de 5€ dans la proportion souhaitée :

1 x 5 = 5€ pour Alice, **2** x 5 = 10€ pour Pipo, et **3** x 5 = 15€ pour Rimma.

La répartition proportionnelle à 1, 2, 3 est 5€, 10€, 15€.

Question n°12

Sur le cube démoniaque ci-contre, chaque face peut pivoter dans un sens ou dans l'autre.

Quelle(s) séquence(s) de rotation(s) amène(nt) l'élément marqué d'une croix à la place de l'élément marqué d'un cercle ?

A h

B HHH

C AdP

D agp

E HAAdd

Les cinq séquences de rotation conviennent : h, HHH, AdP, agp et HAAdd.

Question n°13

Dans la cour de récréation, 210 fait le homard car il croit que le nombre dont il représente 30% est difficile à trouver. Ha, ha, ha, de la rigolade pour un candidat de Drôles de Maths !
Quel est le nombre dont 210 représente 30% ?

- A 70
- B 180
- C 240
- D 700
- E 2 130

Le nombre recherché est forcément plus grand que 210, puisque 210 vaut 30% de ce nombre. Il ne reste donc que deux candidats : 700 et 2 130.

30% de 700 valent :

$$\frac{30}{100} \times 700 = \frac{30 \times 7\cancel{00}}{1\cancel{00}} = 210$$

Le nombre recherché est donc bien 700.

210 représente 30% de 700.

Question n°14

Zdenka a noté les distances parcourues sur le dos de son pingouin : 73m, 48m, 54m, 68m et 93m. Le compteur du pingouin indique 282m, mais lorsqu'elle ajoute les distances, elle trouve plus. Nom d'un phoque, elle a noté un des nombres en inversant ses chiffres !
Quel nombre a-t-elle écrit à l'envers ?

- A 73
- B 48
- C 54
- D 68
- E 93

La somme des distances que Zdenka a notées est :

$73 + 48 + 54 + 68 + 93 = 336m$

La différence avec la distance indiquée par son compteur est :

$336 - 282 = 54m$

Il y a donc 54km de trop.

Les chiffres de l'un des 5 nombres ont été permutés. Ce nombre ne peut pas être 48 ou 68, car en inversant leurs chiffres, on obtiendrait 84 ou 86, ce qui augmenterait encore la somme des cinq distances.

Il reste donc 73, 54 ou 93. On constate que 73 transformé en 37 entraînerait une diminution de la somme de 73 – 37 = 36, celle de 54 en 45 une diminution de 54 - 45 = 9 et celle de 93 en 39 une diminution de 93 – 39 = 54, c'est-à-dire l'écart que l'on recherche.

C'est donc 93 qui a été mis à la place de 39.

Le nombre écrit à l'envers est 93.

Question n°15

Ah, Grand-Mère ! Elle ne quitte jamais son village des Alpes. Elle est tellement grande que lorsqu'il pleut sur ses pieds, il neige sur sa tête. Aujourd'hui, à minuit, il neige sur sa tête.
Que le soleil brille 48 heures plus tard sur ses pieds est :

- A certain
- B possible
- C perpendiculaire
- **D impossible** ✓
- E antibiotique

48h après minuit, il est de nouveau minuit, il fait donc nuit, le soleil ne peut pas briller !

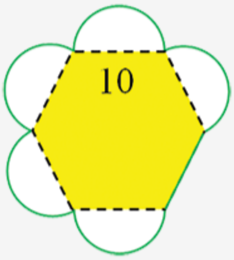
Que le soleil brille sur les pieds de grand-mère 48h plus tard est un événement impossible.

Question n°16

Pakita la pâquerette est furieuse. Par inattention, sa coiffeuse, une petite vachette de 750kg, l'a amputée d'un pétale.
Quel est le nouveau périmètre de Pakita *(l'hexagone est régulier)* ?

- **A Plus de 60** ✓
- B 25π
- C $10 + 50 + 25\pi$
- **D $10 + 25\pi$** ✓
- E $10 + 50\pi$

Chacun des 6 côtés de l'hexagone régulier mesure 10, donc le périmètre de l'hexagone mesure 6x10=60. Si on contourne les pétales, le parcours est plus long, donc le périmètre de Paquita mesure plus de 60.



Le périmètre de Paquita, après son amputation, est égal à la longueur d'un côté de l'hexagone régulier augmentée de celles des 5 demi-cercles.
Le côté de l'hexagone mesure : $d = 10$.
Chaque demi-cercle a également pour diamètre : $d = 10$.
Or, le périmètre P d'un cercle de diamètre d est : $P = \pi d$.

Donc, le périmètre d'un demi-cercle est : $\dfrac{\pi d}{2}$.

Ici, le périmètre de la pâquerette mesure donc :

$$\begin{aligned} d + 5 \times \frac{\pi d}{2} &= 10 + 5 \times \frac{\pi \times 10}{2} \\ &= 10 + 5 \times \frac{\pi \times 5 \times \cancel{2}}{\cancel{2}} \\ &= 10 + 5 \times 5 \times \pi \\ &= 10 + 25\pi \end{aligned}$$

Le nouveau périmètre de Paquita mesure plus de 60, $10 + 25\pi$ exactement.

Question n°17

Orteil Panard propose sur internet des gratte-pieds virtuels à 2€, à 3€ ou à 5€. Il a en stock 27 gratte-pieds en tout. Il a deux fois plus de gratte-pieds à 3€ qu'à 2€ et trois fois plus de gratte-pieds à 5€ qu'à 3€. Il a vendu 19 gratte-pieds à un mouton à 19 pattes.
Il lui reste forcément :

- A 8 gratte-pieds
- B 4 gratte-pieds à 2€
- C 4 gratte-pieds à 5€
- D au moins 21€ de gratte-pieds
- E au moins 23€ de gratte-pieds

Orteil Panard a en stock 27 gratte-pieds. S'il en a vendu 19, il lui en reste : 27 - 19 = 8.

Comment se répartissent les gratte-pieds avant la vente ?
Orteil Panard a deux fois plus de gratte-pieds à 3€ qu'à 2€ et trois fois plus de gratte-pieds à 5€ qu'à 3€.
Autrement dit, chaque fois qu'Orteil Panard possède 1 gratte-pieds à 2€, il possède également 2x1=2 gratte-pieds à 3€ et 3x2=6 gratte-pieds à 5€, soit 1+2+6=9 gratte-pieds.

Or, au départ, Orteil Panard possède 27 gratte-pieds. Comme 27=**3x**9, on en déduit qu'Orteil Panard possède initialement **3x**1=3 gratte-pieds à 2€, **3x**2=6 gratte-pieds à 3€ et **3x**6=18 gratte-pieds à 5€.

Il en vend 19.

On ne sait pas quels gratte-pieds ont été vendus, donc on ne peut pas déterminer le nombre de gratte-pieds à 2€, 3€ ou 5€ qu'il reste après la vente.
En revanche, on peut connaître le montant maximum de cette vente. Cette situation correspond au cas où Orteil Panard a vendu ses gratte-pieds les plus chers, c'est-à-dire 18 gratte-pieds à 5€ et 1 gratte-pieds à 3€.
Il lui reste alors 3 gratte-pieds à 2€ et 5 gratte-pieds à 3€, pour une valeur totale de :

$$\underline{3 \times 2} + \underline{5 \times 3} = 6 + 15 = 21€$$

Dans tous les cas, il reste à Orteil Panard 8 gratte-pieds dont la valeur est au moins égale à 21€.

Question n°18

Un carré imprudent s'est fait gober par une bulle carrivore, slurp !
Les diagonales du carré mesurent le diamètre *d* de la bulle.
Quelle est l'aire du carré ? ***(l'aire d'un carré de côté c mesure c x c = c²)***

A inférieure à d^2

B $\frac{d^2}{4}$

C $\frac{d^2}{\pi}$

D $\frac{d^2}{2}$

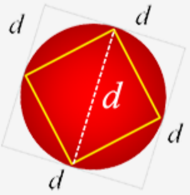
E $\frac{3d^2}{4}$

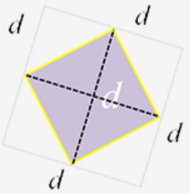
Le carré est inscrit dans la bulle.

On construit un deuxième carré dont un diamètre de la bulle est une médiane.
Ce carré a pour côté *d* et son aire est donc : $d \times d = d^2$
A l'évidence, cette aire est plus grande que celle du carré inscrit, donc, on peut affirmer que l'aire du carré est inférieure à d^2.

L'aire du carré inscrit (les 4 triangles violets) mesure la moitié de celle du grand carré de côté *d*, donc : $\frac{d^2}{2}$.

L'aire du carré est inférieure à d^2, elle mesure $\frac{d^2}{2}$.





Question n°19

Une araignée a besoin de protéines. A la recherche d'une belle mouche, elle parcourt sa toile le long du chemin rouge sans jamais passer deux fois au même endroit. Chaque polygone est régulier, séparé du précédent ou du centre de la toile par un même écart.
Quelle distance parcourt-elle ?

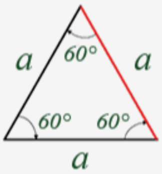
A 7*a*

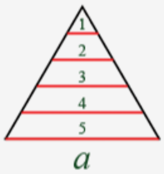
B 17*a*

C 18*a*

D 19*a*

E 25*a*





Intéressons-nous tout d'abord au passage du centre ou d'un hexagone à l'hexagone voisin. L'ensemble de ces chemins correspond au parcours du côté d'un triangle, qui en raison de la régularité des hexagones, est un triangle équilatéral de côté *a*. Par conséquent, ce chemin global mesure *a*.

Venons-en maintenant aux parcours des hexagones. L'écart identique entre les hexagones crée une situation de proportionnalité : les périmètres des hexagones sont proportionnels à leur distance du centre de la toile.

Quel est le rapport de proportionnalité ?

Si on se limite à un triangle, la série des longueurs des segments parallèles est proportionnelle à la série 1, 2, 3, 4 et 5. Le dernier segment mesurant *a*, le coefficient de proportionnalité est donc $\frac{a}{5}$.

On a bien : $\frac{a}{\cancel{5}} \times \cancel{5} = a$.

Le plus petit segment mesure donc 1 fois $\frac{a}{5}$, le deuxième 2 fois $\frac{a}{5}$, le troisième 3 fois $\frac{a}{5}$, le quatrième 4 fois $\frac{a}{5}$, et le cinquième 5 fois $\frac{a}{5}$.

Finalement la somme des longueurs vaut (1 + 2 + 3 + 4 + 5) multiplié par $\frac{a}{5}$, soit :

$$15 \times \frac{a}{5} = \frac{3 \times \cancel{5} \times a}{\cancel{5}} = 3a$$

Pour l'ensemble des 6 triangles, on obtient alors :
$6 \times 3a = 18a$.
Et en ajoutant le chemin entre les hexagones, la longueur totale du trajet mesure : $a + 18a = 19a$

L'araignée parcourt une distance mesurant 19*a*.

Question n°20

A l'élection de Mister Crustacé Océan, il y a des crabes aux pattes bleues, des crabes aux pattes rouges et 15 crabes aux pattes bleues et rouges. 25 % des crabes aux pattes rouges ont aussi des pattes bleues et 20% des crabes aux pattes bleues ont aussi des pattes rouges.

Combien y a-t-il de crabes à cette élection ?

- A Aucun
- B 100
- C 120
- D 135
- E 150

Les 15 crabes aux pattes bicolores représentent 25 % des crabes aux pattes rouges, c'est-à-dire le quart de leur nombre. Il y a donc 4x15=60 crabes qui ont des pattes rouges.

Les 15 crabes aux pattes bicolores représentent 20 % des crabes qui ont des pattes bleues, c'est-à-dire le cinquième de leur nombre ; il y a donc 5x15=75 crabes aux pattes bleues.

Le nombre de crabes total est alors égal au nombre de crabes ayant des pattes rouges augmenté du nombre de crabes ayant des pattes bleues, diminué du nombre de crabes aux pattes bicolores, qui ont été comptés deux fois dans la somme précédente (une fois avec les rouges et une fois avec les bleus).

On obtient :

60 + 75 - 15 = 120

Il y a 120 crabes à cette élection.